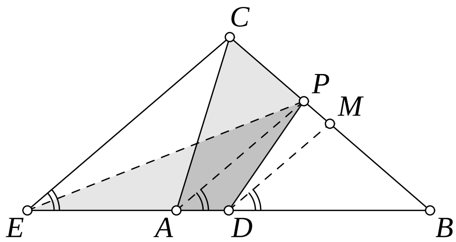
W.44 Im Dreieck ABC sei P ein beliebiger Punkt auf der Seite BC. Durch den Mittelpunkt M derselben Seite wird eine Gerade gezeichnet, die parallel zu AP ist und eine der beiden anderen Dreieckseiten im Punkt D schneidet. Man beweise, daß die Strecke DP die Dreiecksfläche halbiert.
(*Schweden, 1987*)

W.44 *Beweis:* (Bild) Um die Flächengleichheit eines Dreiecks und eines Vierecks zu zeigen, bietet es sich an, das Viereck in ein flächengleiches Dreieck zu verwandeln, um dann zwei Dreiecke vergleichen zu können. Dazu zerlegen wir das Viereck $ADPC$ durch seine Diagonale AP zunächst in die Dreiecke ADP und APC. Letzteres wandeln wir nun in ein flächengleiches Dreieck um, indem wir die Parallele zur Grundseite AP durch C ziehen und mit der Verlängerung von AD zum Schnitt bringen; wir erhalten Punkt E. Mithin ist $[APC] = [APE]$ und somit

$$[ADPC] = [EDP]. \tag{W.119}$$



Aus dem ersten Strahlensatz folgt wegen $EC \parallel AP \parallel DM$ und $BC = 2BM$ die Relation $BE = 2BD$ bzw. $ED = DB$. Damit haben $\triangle EDP$ und $\triangle DBP$ gleiche Grundseiten und gleiche Höhen, sind also flächengleich, woraus mit (W.119) die Behauptung folgt. □