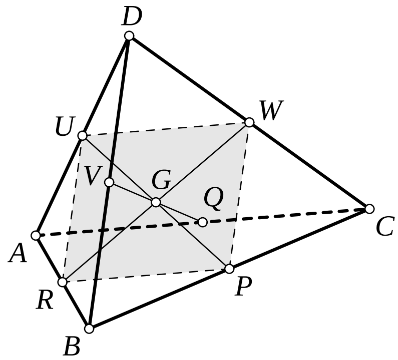
W.5 Beweisen Sie: Wenn man in einem beliebigen Tetraeder für jedes Paar nicht benachbarter Kanten die jeweiligen Mittelpunkte miteinander verbindet, so haben die drei entstandenen Verbindungsstrecken einen gemeinsamen Punkt.
(*40. Mathematik-Olympiade 2000/01, Klasse 9/10, Stufe 3*)

W.5 *Beweis:* (Bild) Wir müssen gar nicht so weit zurückblicken, denn diese Aufgabe ist doch der Aufgabe W.2 sehr ähnlich. So ist hier z. B. $RPWU$ wiederum ein VARIGNON-Parallelogramm eines „an der Kante AC gefalteten“ Vierecks $ABCD$ (vgl. auch Aufgabe M.8). Die Diagonalen dieses (ebenen) Parallelogramms schneiden sich bekanntlich in deren Halbierungspunkt G. Aus gleichem Grund sind $RQWV$ und $PQUV$ ebenfalls Parallelogramme, deren Diagonalen PU, QV und RW sich folglich sämtlich in G treffen. □



Bemerkung: Wer mit der Vektorrechnung vertraut ist (vgl. Abschnitt M.1), findet $\frac{1}{4}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d})$ als Ausdruck für den Vektor $\boldsymbol{g}$ und begründet die Existenz von G (des *Schwerpunkts* des Tetraeders) einfach mit dem Kommutativ- und Assoziativgesetz für Vektorsummen.