

W.6 Auf dem Bogen eines Halbkreises mit dem Durchmesser AB seien drei Punkte C , D und E so gelegen, daß die Sehnen AC und CD einander gleich lang sind, der Punkt E dem Bogen von D nach B angehört und keine zwei dieser fünf Punkte zusammenfallen. Beweisen Sie, daß sich unter dieser Voraussetzung die Sehnen AE und BC im gleichen Winkel schneiden wie die Sehnen CE und BD .
(40. Mathematik-Olympiade 2000/01, Klasse 9/10, Stufe 3)

W.6 *Beweis:* (Bild) Es sei P der Schnittpunkt von AE und BC , $Q \equiv CE \cap BD$ sowie $S \equiv AE \cap BD$. Das Dreieck ACD ist nach Voraussetzung gleichschenkelig mit deckungsgleichen Basiswinkeln $\angle CAD = \angle CDA$. Nach dem Peripheriewinkelsatz gilt nun:

$$\angle CAD = \angle CBD = \angle CDA = \angle CEA.$$

Die Dreiecke PBS und QES stimmen somit in den Winkeln bei B und E überein; außerdem sind die Winkel bei S gleich (Scheitelwinkel). Daher stimmen sie auch in den Winkeln bei P und Q überein. \square

