

**W.6** Auf dem Bogen eines Halbkreises mit dem Durchmesser  $AB$  seien drei Punkte  $C$ ,  $D$  und  $E$  so gelegen, daß die Sehnen  $AC$  und  $CD$  einander gleich lang sind, der Punkt  $E$  dem Bogen von  $D$  nach  $B$  angehört und keine zwei dieser fünf Punkte zusammenfallen. Beweisen Sie, daß sich unter dieser Voraussetzung die Sehnen  $AE$  und  $BC$  im gleichen Winkel schneiden wie die Sehnen  $CE$  und  $BD$ .  
(40. Mathematik-Olympiade 2000/01, Klasse 9/10, Stufe 3)

**W.6** *Beweis:* (Bild) Es sei  $P$  der Schnittpunkt von  $AE$  und  $BC$ ,  $Q \equiv CE \cap BD$  sowie  $S \equiv AE \cap BD$ . Das Dreieck  $ACD$  ist nach Voraussetzung gleichschenkelig mit deckungsgleichen Basiswinkeln  $\angle CAD = \angle CDA$ . Nach dem Peripheriewinkelsatz gilt nun:

$$\angle CAD = \angle CBD = \angle CDA = \angle CEA.$$

Die Dreiecke  $PBS$  und  $QES$  stimmen somit in den Winkeln bei  $B$  und  $E$  überein; außerdem sind die Winkel bei  $S$  gleich (Scheitelwinkel). Daher stimmen sie auch in den Winkeln bei  $P$  und  $Q$  überein.  $\square$

