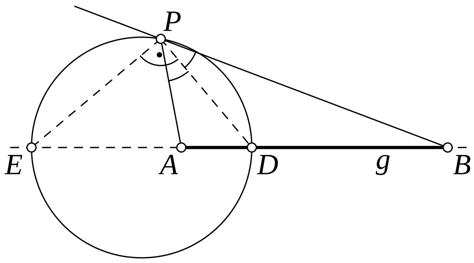
$\boxed{\text{A.22}}$ **Kreis des Apollonius.** Gesucht ist der geometrische Ort für alle Punkte P, deren Entfernungen von zwei gegebenen Punkten A und B in einem gegebenen Verhältnis stehen, d. h., es sei $PA/PB \equiv q = \text{const.}$

A.22 (Bild) Angenommen, P sei ein Punkt, der die Bedingung $PA/PB \equiv q = \text{const}$ erfüllt. Wir bemühen nun einen Satz, der besagt, daß in jedem $\triangle ABP$ sowohl die Winkelhalbierende eines Innenwinkels als auch die des zugehörigen Außenwinkels die gegenüberliegende Seite im Verhältnis der dem Winkel anliegenden Seiten teilt (zum Beweis dieses Satzes s. Aufgabe D.8). Demnach gibt es auf der Geraden $g(A, B)$ zwei Punkte D, E, für die gerade

$$q = \frac{AD}{DB} = \left|\frac{AE}{EB}\right|$$



gilt, und durch die die innere bzw. äußere Winkelhalbierende PD bzw. PE gehen. Nun stehen die Winkelhalbierenden zweier Nebenwinkel stets senkrecht aufeinander (vgl. Aufgabe D.7). Daraus folgt, daß die gesuchten Punkte P diejenigen sind, für die $\measuredangle DPE$ ein Rechter ist. Diese Bedingung erfüllen bekanntlich alle Punkte auf dem THALES-Kreis über dem Durchmesser DE. Der gesuchte geometrische Ort ist damit der sog. *Kreis des Apollonius*.