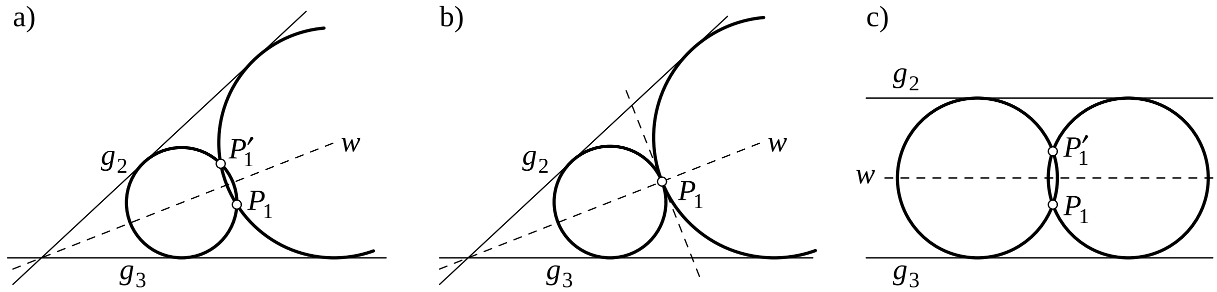
$\boxed{\text{A.33}}$ **Berührungsproblem des Apollonius (PGG).** Gesucht sind Kreise, die durch einen gegebenen Punkt P_1 gehen und zwei Geraden g_2 und g_3 berühren.

A.33 Zunächst sei $g_2 \nparallel g_3$ vorausgesetzt. Dann ist ein geometrischer Ort für den Mittelpunkt des gesuchten Kreises k offenbar die Winkelhalbierende w desjenigen Winkels, der von g_2 und g_3 gebildet wird und P_1 im Innern einschließt. Liegt nun P_1 nicht auf dieser Winkelhalbierenden (Bild a), gibt es stets einen Punkt P_1', der als Spiegelbild zu P_1 bezüglich w konstruierbar ist und



durch den der gesuchte Kreis aus Symmetriegründen ebenfalls verläuft. Damit ist diese Aufgabe auf das Problem PPG zurückgeführt. Liegt P_1 hingegen auf w (also $P_1 \equiv P_1'$, Bild b), so berührt k die Senkrechte zu w in P_1; der Kreis ist also der Inkreis des von g_2, g_3 und dieser Senkrechten gebildeten Dreiecks (Problem GGG, vgl. Aufgabe A.34). Im Fall $g_2 \parallel g_3$ bleibt alles wie bisher, es ist lediglich $w(g_2, g_3)$ durch die *Mittelparallele* zu ersetzen (Bild c). Lösungen existieren dann nur, wenn P_1 zwischen den Parallelen oder auf einer der Geraden liegt.