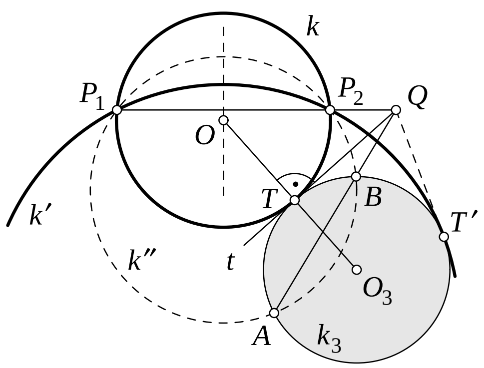
A.35 **Berührungsproblem des Apollonius (PPK).** Gesucht sind Kreise, die durch zwei gegebene Punkte P_1 und P_2 gehen und einen gegebenen Kreis k_3 berühren.

A.35 (Bild) Ein geometrischer Ort für den Mittelpunkt O des gesuchten Kreises k ist unmittelbar zu erkennen, nämlich die Mittelsenkrechte der Strecke P_1P_2. Nehmen wir also einen solchen Punkt auf ihr an und ziehen einen Kreis k'', der den gegebenen in zwei Punkten A und B schneiden möge. Dann ist die Gerade P_1P_2 Potenzlinie (s. Abschnitt K.1) von k und k'', und die Gerade AB ist Potenzlinie von k_3 und k''. Schneiden sich beide Geraden in Q, so ist Q Potenzpunkt von k_3, k'' und k. Daher muß die Potenzlinie t von k und k_3 ebenfalls durch Q gehen (s. Aufgabe K.16). Da der Berührungspunkt T von k und k_3 die Potenz null hat, liegt T auf t. Da aber t auf der Geraden OO_3 senkrecht steht, ist t eine von Q an k_3 gezogene Tangente, deren Berührungspunkt T ist.



Sollten die Geraden P_1P_2 und AB parallel sein, so ist auch t zu diesen Geraden parallel und daher ebenfalls konstruierbar. Somit sind mit P_1, P_2 und T drei Punkte auf k bekannt.

Bemerkung: Da wir von Q an k_3 im allgemeinen zwei Tangenten ziehen können, ergeben sich zwei Punkte T und T', die zu zwei Kreisen k und k' führen. Die Aufgabe wird unlösbar, wenn P_1 und P_2 durch die Peripherie von k_3 getrennt werden.