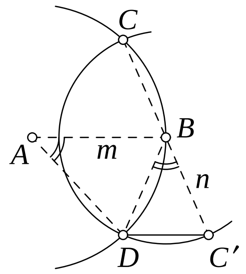
$\boxed{\text{A.52}}$ Man konstruiere die dritte Proportionale zu zwei Strecken m und n.

A.52 Natürlich können wir diese Aufgabe nach der allgemeinen Methode, nach der man die vierte Proportionale zu drei Strecken findet (s. Aufgabe A.45), lösen; wenn jedoch $n < 2m$ ist, führt folgende elegante Methode zum Ziel: (Bild) Es seien A und B die Endpunkte einer Strecke gleich m. Wir beschreiben die Kreise A_B und B_n, die sich in C und D schneiden mögen. Wenn dann C' der zu C in bezug auf B symmetrisch liegende Punkt ist, dann ist DC' die gesuchte dritte Proportionale.



Beweis: Wir brauchen nur die Ähnlichkeit der beiden gleichschenkligen Dreiecke ADB und BDC' nachweisen, (vgl. Aufgabe K.2):

$$\measuredangle DAB = 2\measuredangle DCB = 2\measuredangle DCC' = \measuredangle DBC'.$$

Aus der Ähnlichkeit folgt nun unmittelbar

$$\frac{m}{n} = \frac{AD}{DB} = \frac{DB}{DC'} = \frac{n}{DC'} \qquad \text{bzw.} \qquad DC' = \frac{n^2}{m}. \ \square$$