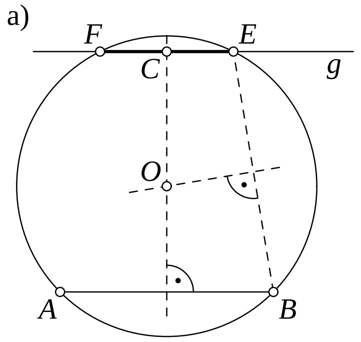
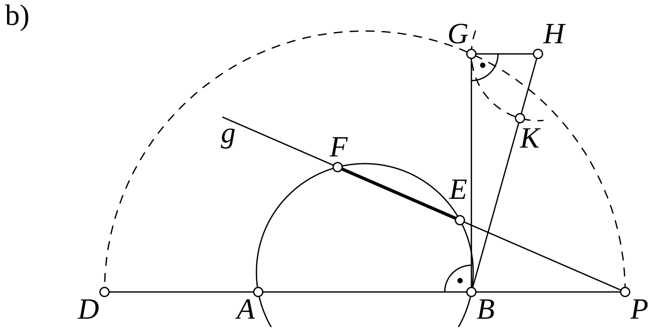
**A.66** Es ist ein Kreis zu beschreiben, der durch die Punkte $A$ und $B$ geht sowie aus der Geraden $g$ eine Sehne der Länge $s$ herausschneidet.

**A.66** Ein geometrischer Ort für den Mittelpunkt $O$ des gesuchten Kreises ist die Mittelsenkrechte von $AB$. Im Fall, daß die durch $A$, $B$ gehende Gerade parallel zu $g$ verläuft (Bild a), errichten wir über der Basis $AB$ ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Spitze $C$ auf $g$ liegt. $C$ ist dann offenbar Mittelpunkt aller von $g$ herausgeschnittenen Sehnen, so daß wir die Endpunkte




$E$ und $F$ der Sehne einfach dadurch finden, indem wir $\frac{1}{2}s$ in beide Richtungen von $C$ aus auf $g$ abtragen. Damit liegt der Kreis fest; ein zweiter geometrischer Ort für $O$ ist etwa die Mittelsenkrechte von $BE$.

Schneiden sich dagegen $AB$ und $g$ in einem Punkt $P$ (Bild b), so liefert der Sekantensatz (s. Aufgabe K.11) die Gleichung $PA \cdot PB = PE \cdot PF$, die sich mit $PA \equiv a$, $PB \equiv b$, $PE \equiv x$ und $PF = x + s$ als quadratische Gleichung für die unbekannte Länge $x$ herausstellt:

$$ab = x(x+s) \qquad \text{bzw.} \qquad x^2 + sx - ab = 0. \tag{A.105}$$

Als Lösung von (A.105) kommt wegen $x > 0$ nur

$$x = -\frac{s}{2} + \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + ab} = -\frac{s}{2} + \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + (\sqrt{ab})^2} \tag{A.106}$$

in Frage. — *Konstruktion:* Wir konstruieren den Schnittpunkt $P$ und tragen die Länge $a$ auf dem Strahl $BA$ ab; der Endpunkt sei $D$. Der THALES-Kreis über $PD$ schneide das Lot durch $B$ im Punkt $G$. Nach dem Höhensatz im rechtwinkligen Dreieck $PGD$ gilt $BG = \sqrt{ab}$. (A.106) verlangt nun, ein weiteres rechtwinkliges Dreieck aus den Katheten $BG = \sqrt{ab}$ und $HG = \frac{1}{2}s$ herzustellen und von dessen Hypotenuse $HK = HG = \frac{1}{2}s$ zu subtrahieren. Die Länge von $BK$ ist somit gleich $x = PE$. Die Endpunkte $E$ und $F$ finden wir schließlich durch Abtragen von $x$ und $x + s$ auf $g$.