C.22 Gesucht ist die kleinste positive natürliche Zahl N mit folgender Eigenschaft: Für eine beliebige Menge aus N verschiedenen Zahlen $a_1, a_2, \ldots, a_N$ ist das Produkt aller Differenzen $a_i - a_j$, $i < j$ durch 1 991 teilbar.

C.22 Es gilt $1991 = 181 \cdot 11$, wobei 181 eine Primzahl ist. Wählt man die 181 Zahlen von 1 bis 181, so ist keine Differenz unter ihnen durch 181 teilbar, also auch nicht das Produkt der Differenzen. Also ist $N \geq 182$. Unter 182 beliebigen Zahlen lassen aber zwei denselben Rest bei Division durch 181 (Schubfachprinzip!) und sicher auch zwei denselben Rest bei Division durch 11. Damit kommen unter den Differenzen stets eine durch 181 und eine durch 11 teilbare Zahl vor, das Produkt der Differenzen ist also durch 1 991 teilbar. Also ist $N = 182$.