$\boxed{\text{C.4}}$ Man bestimme alle Tripel (x, y, z) natürlicher Zahlen, für die gilt:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{4}{5}.$$

C.4 Wir beseitigen die Symmetrie und nehmen $x \geq y \geq z$ an. Daraus folgt $\frac{4}{5} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \leq \frac{3}{z}$ bzw. $z \leq \frac{15}{4}$. Es bleiben also nur noch die Fälle $z = 1, 2, 3$. Der Fall $z = 1$ läßt keine Werte für x, y zu. $z = 2$ liefert $\frac{3}{10} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{2}{y}$ bzw. $y \leq \frac{20}{3}$. Gehen wir die restlichen Fälle $2 \leq y \leq 6$ durch, so ergeben sich die beiden Möglichkeiten $(x, y) = (10, 5)$ und $(20, 4)$. Der Fall $z = 3$ führt auf $\frac{7}{15} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{2}{y}$ bzw. $y \leq \frac{30}{7}$, was aber keine neuen Lösungen liefert. Somit gibt es genau 12 Lösungen der Gleichung: $(x, y, z) = (2, 5, 10)$ und $(2, 4, 20)$ sowie deren Permutationen.