$\boxed{\text{C.54}}$ **Satz von Sylvester.** Die Menge M von n Punkten in der Ebene habe folgende Eigenschaft: Auf jeder Geraden durch zwei Punkte aus M liegt wenigstens noch ein weiterer Punkt aus M. Man beweise: Alle Punkte aus M liegen auf einer Geraden!

C.54 Betrachte unter allen Paaren (Punkt A, Gerade g durch zwei andere Punkte B, C) das mit dem geringsten Abstand Punkt-Gerade. Dann gibt es auf g noch einen weiteren Punkt D. Liegen o. B. d. A. B, C und D in dieser Reihenfolge auf g und B und C auf der selben Seite des Lotfusspunktes von A auf g, so ist der Abstand von C zur Gerade durch B und A kleiner als der Abstand von A zu g – Widerspruch. $\square$