$\boxed{\text{C.55}}$ Man zeige: Unter 10 paarweise teilerfremden natürlichen Zahlen zwischen 2 und 840 (jeweils einschließlich) gibt es eine Primzahl!

C.55 Angenommen, die zehn Zahlen wären alle zusammengesetzt. Seien jeweils p_i $(1 \leq i \leq 10)$ die kleinsten Primfaktoren der Zahlen, so gilt also sicher $p_i^2 < 841 = 29^2$, also $p_i < 29$. Unter 29 gibt es aber nur 9 verschiedene Primzahlen – nach dem Schubfachprinzip gibt es also unter den p_i zwei gleiche, im Widerspruch zur Teilerfremdheit der zehn Zahlen. $\square$