C.2 Das Dirichletsche Schubfachprinzip

Dies ist der „Oldie“ unter den kombinatorischen Prinzipien. Das *Dirichletsche Schubfachprinzip* (nach PETER GUSTAV DIRICHLET, 1805–1895), in der englischen Literatur auch *pigeon-hole principle* genannt, hat folgenden Wortlaut:

> *Werden $n \cdot k + 1$ Perlen auf n Schubfächer verteilt, so gibt es wenigstens ein Schubfach mit mehr als k Perlen.*

Ein Beweis dieses Prinzips ergibt sich sofort aus der widersprüchlichen Annahme. Gibt es nämlich kein Schubfach mit mehr als k Perlen, so ist die Gesamtzahl aller verteilten Perlen kleiner oder gleich $n \cdot k$, und das ist ein Widerspruch zur Voraussetzung.

So einfach dieses Prinzip auch erscheinen mag, seine Anwendungsvielfalt ist enorm. Man kann sogar sagen, dass im Prinzip *jede* Existenzaussage über endliche Mengen mit dem Schubfachprinzip beweisbar ist. Was im Einzelnen dabei sinnbildlich als Schubfach dient und was die zu verteilenden Perlen sind, ist oft schwer festzustellen. Recht einfach geht dies noch bei folgendem Beispiel:

Beispiel 1: Man beweise: Von drei Menschen haben stets zwei dasselbe Geschlecht.
Dies ist nichts weiter als eine Umformulierung des Schubfachprinzips im Fall $n = 2$, $k = 1$.

Als Schubfach oder Perle können so ziemlich alle Dinge auftreten. Es gibt aber besonders beliebte Exemplare.