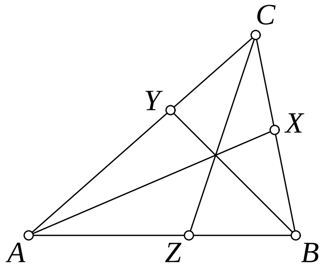
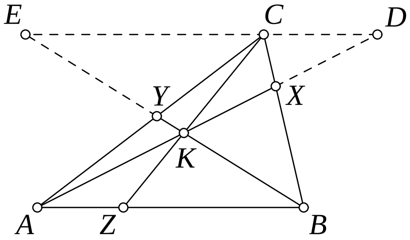
D.31 **Satz von Ceva.** (Bild) Wenn sich in einem $\triangle ABC$ die drei Ecktransversalen AX, BY und CZ in einem Punkt schneiden, dann hat das Produkt der Teilverhältnisse, das ihre Schnittpunkte mit den Gegenseiten auf diesen bilden, den Wert 1:

$$\frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} = 1. \tag{D.2}$$



D.31 *Beweis:* (Bild) Der gemeinsame Schnittpunkt der Ecktransversalen sei K. Wir zeichnen die Parallele zu $g(A, B)$ durch C und bringen diese mit den Verlängerungen der Transversalen AX und BY zum Schnitt; es entstehen die Punkte D bzw. E. Damit erhalten wir folgende Paare ähnlicher Dreiecke:



$$\triangle ABY \sim \triangle CEY, \quad \triangle BAX \sim \triangle CDX,$$

$$\triangle CEK \sim \triangle ZBK, \quad \triangle CDK \sim \triangle ZAK.$$

Mit Hilfe der Strahlensätze können wir nun daraus in dieser Reihenfolge die Proportionen

$$\frac{CY}{YA} = \frac{CE}{AB}, \quad \frac{BX}{XC} = \frac{AB}{CD}, \quad \frac{ZB}{CE} = \frac{ZK}{CK} = \frac{AZ}{CD} \quad \text{bzw.} \quad \frac{AZ}{ZB} = \frac{CD}{CE}$$

ablesen. Die Behauptung folgt schließlich, wenn wir diese Gleichungen miteinander multiplizieren:

$$\frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} = \frac{CD}{CE} \cdot \frac{AB}{CD} \cdot \frac{CE}{AB} = 1. \quad \square$$