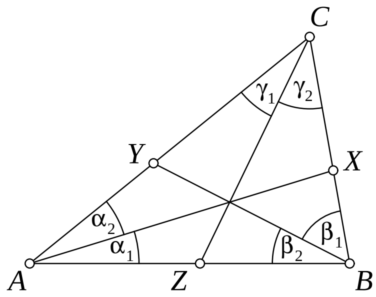
D.32 Wie lautet die trigonometrische Form des Satzes von Ceva, wenn anstelle der Abschnitte $AZ, \ldots, YA$ die sechs gegenüberliegenden Winkel verwendet werden?

D.32 (Bild) Bezeichnen wir die Winkel mit $\alpha_1, \ldots, \gamma_2$ wie im Bild gezeigt, so finden wir für AZ und ZB mit Hilfe des Sinussatzes



$$AZ = CZ\,\frac{\sin\gamma_1}{\sin\alpha}, \quad ZB = CZ\,\frac{\sin\gamma_2}{\sin\beta},$$

somit

$$\frac{AZ}{ZB} = \frac{\sin\gamma_1}{\sin\gamma_2}\cdot\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}.$$

Analog erhalten wir (durch zyklische Vertauschung)

$$\frac{BX}{XC} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}\cdot\frac{\sin\gamma}{\sin\beta}, \quad \frac{CY}{YA} = \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2}\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}.$$

Die CEVAsche Gleichung (D.2) schreibt sich dann als

$$\frac{\sin\alpha_1\sin\beta_1\sin\gamma_1}{\sin\alpha_2\sin\beta_2\sin\gamma_2} = 1 \qquad \text{oder} \qquad \sin\alpha_1\sin\beta_1\sin\gamma_1 = \sin\alpha_2\sin\beta_2\sin\gamma_2. \tag{D.102}$$