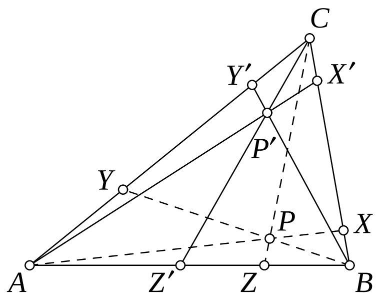
D.38 **Isogonal konjugierter Punkt.** (Bild) P sei ein im Innern des Dreiecks ABC liegender Punkt. Die drei Ecktransversalen AP, BP, CP schneiden die jeweils gegenüberliegenden Seiten in den Punkten X, Y bzw. Z. Man beweise, daß sich die drei isogonalen Geraden AX', BY' und CZ' ebenfalls in einem gemeinsamen Punkt, dem zu P *isogonal konjugierten Punkt* P', schneiden.

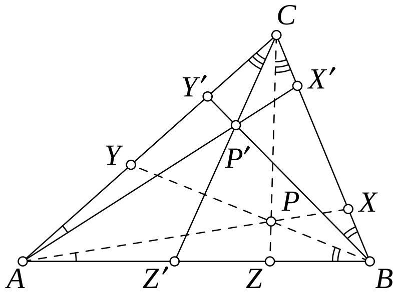


D.38 *Beweis:* (Bild) Betrachten wir anstelle der Ecktransversalen AX, BY, CZ deren isogonale Gegenstücke AX', BY', CZ', so gilt nach Definition

$$\measuredangle BAX = \measuredangle X'AC,$$

$$\measuredangle CBY' = \measuredangle YBA,$$

$$\measuredangle ACZ' = \measuredangle ZCB.$$



Für die trigonometrische Form (D.102) der CEVAschen Gleichung (vgl. Aufgabe D.32),

$$\sin\alpha_1 \sin\beta_1 \sin\gamma_1 = \sin\alpha_2 \sin\beta_2 \sin\gamma_2,$$

bedeutet das eine Vertauschung der Winkel α_1, β_1, γ_1 mit den Winkeln α_2, β_2, γ_2, so daß nach der Umkehrung des Satzes von CEVA der isogonal konjugierte Punkt P' tatsächlich existiert. □