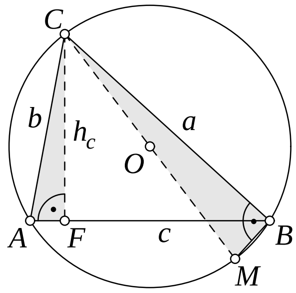
D.64 Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist gleich dem Produkt der Seitenlängen $a$, $b$, $c$ dividiert durch das Vierfache des Umkreisradius $R$:

$$\varDelta = \frac{abc}{4R}. \tag{D.7}$$

**D.64** *Beweis:* (Bild) Wir zeichnen außer dem Umkreis des Dreiecks $ABC$ mit seinem Mittelpunkt $O$ noch den Durchmesser $CM$ sowie die Höhe $CF = h_c$ ein. Dann sind die beiden Dreiecke $AFC$ und $MBC$ ähnlich (vgl. Aufgabe D.26), da sie einerseits rechtwinklig sind und außerdem nach dem Peripheriewinkelsatz noch in ihren Winkeln $\measuredangle CAF = \measuredangle CAB = \measuredangle CMB$ übereinstimmen. Mithin gilt die Proportion




$$\frac{h_c}{b} = \frac{a}{2R} \qquad \text{oder} \qquad h_c = \frac{ab}{2R},$$

welche in $\Delta = \frac{1}{2} c h_c$ eingesetzt $\Delta = abc/(4R)$ ergibt. $\square$