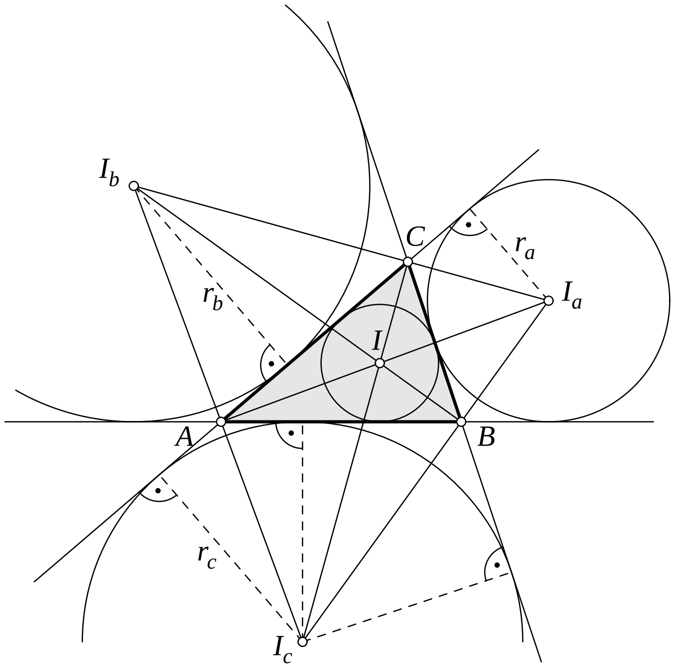
$\boxed{\text{D.65}}$ Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist gleich

$$\Delta = (s-a)r_a = (s-b)r_b = (s-c)r_c. \tag{D.8}$$

D.65 *Beweis:* Das Bild zeigt die drei Ankreise mit den Mittelpunkten I_a, I_b, I_c bzw. Radien r_a, r_b, r_c sowie den Inkreis des Dreiecks ABC. Betrachten wir z. B. das Viereck AI_cBC, so



finden wir für dessen Flächeninhalt $[AI_cBC] = [CBI_c] + [CAI_c] = [ABI_c] + \Delta$. Nun hat jedes der Dreiecke CBI_c, CAI_c und ABI_c gerade r_c als Höhe auf den Grundseiten $BC = a$, $CA = b$ bzw. $AB = c$, so daß gilt:

$$\Delta = [CBI_c] + [CAI_c] - [ABI_c] = \frac{1}{2}(a + b - c)r_c = (s - c)r_c.$$

Völlig ähnliche Ausdrücke für Δ erhalten wir, wenn wir die obigen Betrachtungen auf die Vierecke BI_aCA und CI_bAB anwenden: $\Delta = (s - a)r_a = (s - b)r_b$. $\square$