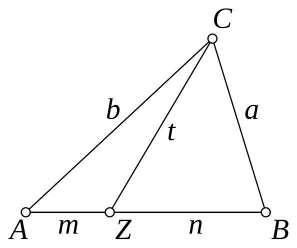
$\boxed{\text{D.70}}$ Welche Länge hat a) eine Seitenhalbierende, b) eine Winkelhalbierende und c) eine Höhe in einem beliebigen Dreieck ABC, ausgedrückt durch die Längen der Seiten a, b und c?

D.70 (Bild) Wir wenden den Satz von STEWART an und müssen lediglich geeignete Ausdrücke für die Längen der Abschnitte m und n finden:

$$t = \sqrt{\frac{ma^2 + nb^2}{m+n} - mn}.$$



a) Auf der Seite c gilt $m = n = \frac{1}{2}c$ und damit

$$m_c = \sqrt{\frac{1}{2}(a^2 + b^2) - \frac{1}{4}c^2} \tag{D.107}$$

b) Dank Aufgabe D.8 kennen wir hier das Teilungsverhältnis $m : n = b : a$. Mit $c = m+n$ ergibt sich $m = bc/(a+b)$ und $n = ac/(a+b)$, somit

$$w_c = \sqrt{ab\left[1 - \frac{c^2}{(a+b)^2}\right]}. \tag{D.108}$$

c) Hier ist es am einfachsten, (D.5) und (D.9) zu kombinieren:

$$h_c = \frac{2}{c}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}. \tag{D.109}$$

Analoge Formeln für h_a und h_b ergeben sich durch zyklische Vertauschung von (a, b, c).