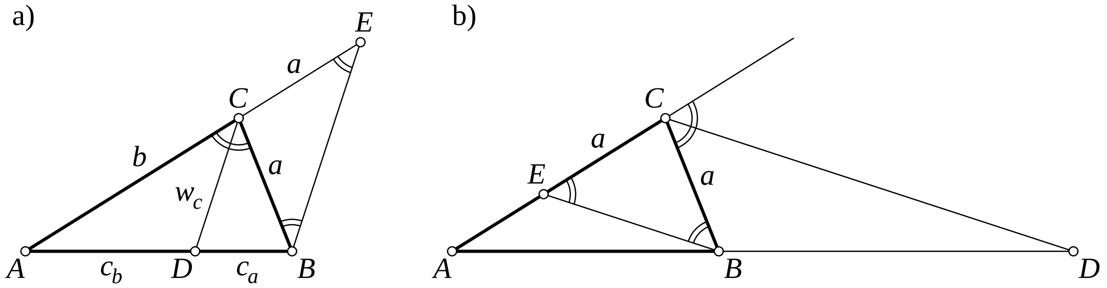
$\boxed{\mathsf{D.8}}$ In einem Dreieck teilt jede Halbierende eines Innenwinkels (Außenwinkels) die gegenüberliegende Seite innerlich (äußerlich) im Verhältnis der anliegenden Seiten.

D.8 *Beweis:* Die Winkelhalbierende w_c teilt die Seite $AB \equiv c$ innerlich im Punkt D in die Abschnitte c_a und c_b (Bild a). Tragen wir nun die Länge der Seite $CB \equiv a$ auf $g(A, C)$ über C hinaus ab, so erhalten wir Punkt E. Im gleichschenkligen $\triangle BCE$ ist dann der Innenwinkel an dessen Eckpunkt C Nebenwinkel zu $\measuredangle ACB = \gamma$, beträgt also $180° - \gamma$. Mit der Winkelsumme $180°$ folgt damit für die Basiswinkel $\measuredangle EBC = \measuredangle BEC = \frac{1}{2}\gamma$. Mithin sind $\measuredangle ACD = \measuredangle AEB$



gleiche Stufenwinkel, d. h., EB ist parallel zu CD. Die Behauptung folgt nun direkt aus der Anwendung des ersten Strahlensatzes:

$$\frac{c_a}{c_b} = \frac{DB}{DA} = \frac{CE}{CA} = \frac{a}{b}.$$

Auch im Fall der Winkelhalbierenden CD des zugehörigen Außenwinkels (Bild b) finden wir mit $CE = a$, daß $EB \parallel CD$ ist und damit

$$\frac{DB}{DA} = \frac{CE}{CA} = \frac{a}{b}. \quad \square$$

Bemerkung: Übrigens errechnen sich aus den beiden Gleichungen $c_a + c_b = c$ und $c_a/c_b = a/b$ die Längen

$$c_a = \frac{ca}{a+b}, \qquad c_b = \frac{cb}{a+b}.$$