$\boxed{\text{G.11}}$ **Lehmus Ungleichung.** Es gilt

$$abc \geq (a+b-c)(b+c-a)(c+a-b). \quad \triangle \tag{G.11}$$

G.11 *Beweis:* Mit der Substitution (G.4) wird aus der Behauptung

$$(y+z)(z+x)(x+y) \geq 8xyz,$$

die unmittelbar aus $(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 \geq 0$ und ihren zyklischen Vertauschungen folgt. $\square$
Bemerkung: Die LEHMUS-Ungleichung läßt sich auch als $abc \geq 8(s-a)(s-b)(s-c)$ schreiben, woraus sich mit (D.6), (D.7) und HERONS Formel (D.9) die Ungleichung von CHAPPLE-EULER ergibt:

$$4R\Delta \geq 8\,\frac{\Delta^2}{s} = 8r^2 s = 8r\Delta \qquad \Longleftrightarrow \qquad R \geq 2r.$$