$\boxed{\text{G.82}}$ In jedem Viereck mit den Seitenlängen a, b, c, d gilt die Ungleichung

$$a^2 + b^2 + c^2 > \frac{1}{3}\, d^2.$$

G.82 *Beweis:* Es gilt die verallgemeinerte Dreiecksungleichung (s. Aufgabe G.81)

$$a + b + c > d \qquad \Longrightarrow \qquad (a + b + c)^2 > d^2.$$

Das gewünschte Ergebnis erhalten wir aus:

$$3(a^2 + b^2 + c^2) \geq a^2 + b^2 + c^2 + 2(bc + ca + ab) = (a + b + c)^2 > d^2. \ \square$$