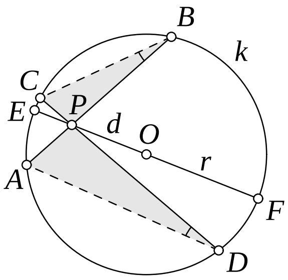
$\boxed{\textsf{K.11}}$ **Sehnensatz.** Schneiden sich in einem Kreis zwei Sehnen, so ist das Produkt der Abschnittslängen der einen Sehne gleich dem Produkt der Abschnittslängen der anderen.

K.11 *Beweis:* (Bild) Wir führen den Beweis über die Ähnlichkeit der Dreiecke PAD und PCB. Dies ist offensichtlich der Fall, da beide in den Winkeln $\measuredangle ADC = \measuredangle ABC$ (Peripheriewinkel über der Sehne AC) und im Scheitelwinkel bei P übereinstimmen. Wir können daher sofort die Proportion $PA : PD = PC : PB$ aufstellen, die umgestellt die behauptete Konstanz des Produktes der Abschnittslängen ergibt: $PA \cdot PB = PC \cdot PD$. □



Bemerkung: Insbesondere gilt dies auch für den Durchmesser EF des Kreises k; mit dem Abstand $OP \equiv d$ und dem Radius $OE = OF \equiv r$ sowie der Vereinbarung, daß – falls die *gerichteten Strecken* PE und PF den gleichen Richtungssinn haben – deren Produkt positiv sei, anderenfalls negativ (vgl. auch die Lösung zu Aufgabe A.12), folgt für die Potenz $\mathfrak{P}$ des Punktes P in bezug auf k:

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD = PE \cdot PF = -(r-d)(r+d) = d^2 - r^2 = \mathfrak{P}(P). \tag{K.101}$$