K.16 **Potenzlinie** (*Chordale, Radikalachse*). Der geometrische Ort für alle Punkte mit gleicher Potenz bezüglich zweier nichtkonzentrischer Kreise ist eine Gerade senkrecht zur Verbindungsstrecke der Mittelpunkte beider Kreise (Bild K.1). Falls sich die Kreise schneiden, ist die Potenzlinie die Gerade durch die gemeinsamen Schnittpunkte.

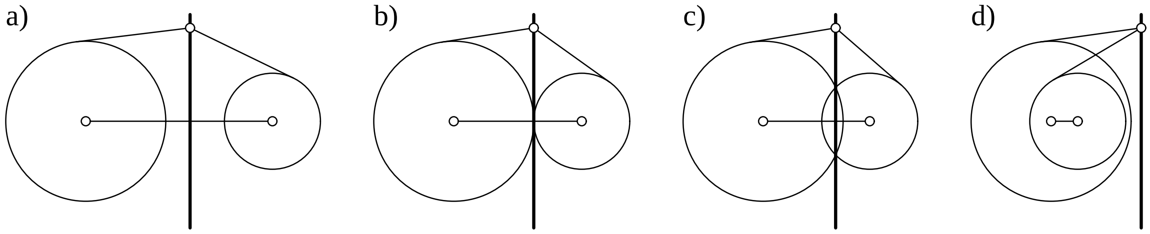
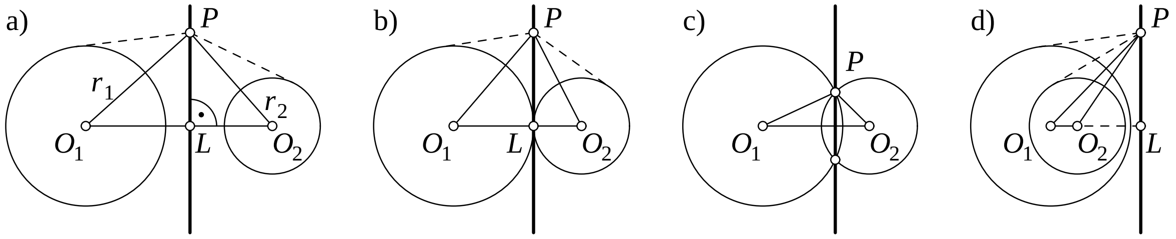


Bild K.1 Potenzlinien zweier Kreise

K.16 *Beweis:* (Bild) Die Forderung für die Punkte P lautet $\mathfrak{P}(P,k_1) = PO_1^2 - r_1^2 = \mathfrak{P}(P,k_2) = PO_2^2 - r_2^2$, oder umgestellt $PO_1^2 - PO_2^2 = r_1^2 - r_2^2 = \text{const}$. Im Hinblick auf die Aufgabe A.23 können wir uns hier kurz fassen, denn dort wurde gezeigt, daß der gesuchte geometrische Ort eine Gerade ist, die die Verbindungsstrecke der Mittelpunkte senkrecht schneidet. Im Fall, daß



die beiden Kreise sich nicht schneiden und auseinander liegen, geht die Potenzlinie zwischen den Kreisen hindurch (Bild a). Berühren sich die Kreise, fällt die Potenzlinie mit der gemeinsamen inneren Tangente zusammen (Bild b). Haben die Kreise dagegen zwei gemeinsame Schnittpunkte, fällt die Potenzlinie mit deren Verbindungsgeraden zusammen (Bild c); hier ist sofort zu erkennen, daß in den gemeinsamen Schnittpunkten $PO_1^2 - PO_2^2 = r_1^2 - r_2^2$ gilt. Liegen die Kreise schließlich ineinander, liegt die Potenzlinie stets außerhalb der beiden Kreise (Bild d). Wegen $\mathfrak{P}(P) = PT^2$ (s. Aufgabe K.13) ist die Potenzlinie in allen Fällen damit auch der Ort, für den die *Tangentenabschnitte zu zwei festen Kreisen untereinander gleich* sind. Die Entfernungen der Mittelpunkte O_1 bzw. O_2 zur Potenzlinie sind:

$$LO_1 = \frac{O_1O_2^2 + r_1^2 - r_2^2}{2\,O_1O_2}, \qquad LO_2 = \frac{O_1O_2^2 + r_2^2 - r_1^2}{2\,O_1O_2}. \tag{K.103}$$

Bemerkung: Zur Konstruktion siehe Aufgaben A.23 und K.17. Vgl. auch Aufgabe K.14.