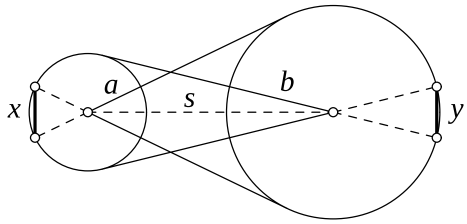
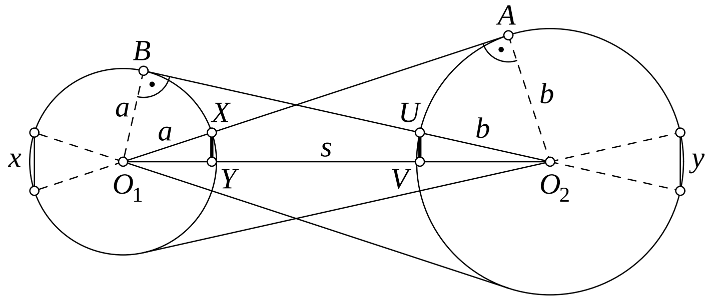
K.21 **Netzhaut-Satz.** (Bild) Der Abstand der Mittelpunkte zweier Kreise mit den Radien a und b betrage $s > a + b$. Zieht man die Tangenten von einem der Mittelpunkte an den jeweils anderen Kreis, dann sind die durch die rückwärtigen Verlängerungen herausgeschnittenen Sehnen x und y untereinander gleich.



K.21 *Beweis:* (Bild) A und B seien Berührungspunkte der Tangenten an beide Kreise O_{1a} bzw. O_{2b}; die Strecken $XY = \frac{1}{2}x$ und $UV = \frac{1}{2}y$ gerade die Hälften der in der Behauptung auftretenden Sehnen. Da nun einige rechtwinklige Dreiecke, wie z. B. O_1YX und O_1AO_2 zu erkennen sind, die darüber hinaus noch einen Winkel gemeinsam haben (hier $\measuredangle XO_1Y = \measuredangle AO_1O_2$), ist alles weitere fast zwangsläufig: 1.) Ähnlichkeit beider Dreiecke feststellen und 2.) Proportionen aufstellen. Dies führt auf



$$\frac{XY}{O_1X} = \frac{O_2A}{O_1O_2}, \quad \frac{x/2}{a} = \frac{b}{s}.$$

Analog folgt (vom anderen „Auge" aus gesehen): $\triangle O_2VU \sim \triangle O_2BO_1$ und daraus $y/(2b) = a/s$. Aus beiden Gleichungen folgt die Bildgleichheit auf der „Netzhaut": $x = y$. $\square$