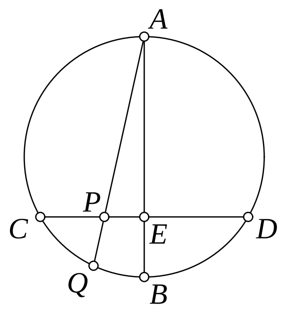
$\boxed{\text{K.22}}$ In einem Kreis halbiere der Durchmesser AB die Sehne CD. Eine weitere Sehne AQ schneide CD in P. Dann hat der Ausdruck $AP \cdot AQ$ unabhängig von der Lage von P stets denselben Wert.

K.22 *Beweis:* (Bild) Eine kurze Rechnung führt auf:



$$\begin{aligned} AP \cdot AQ &= AP(AP + PQ) = AP^2 + AP \cdot PQ \\ &= AP^2 + CP \cdot PD \\ &= AP^2 + (CE - PE) \cdot (CE + PE) \\ &= AP^2 + CE^2 - PE^2 = AE^2 + CE^2 = AC^2. \end{aligned}$$

Zweifellos ist AC unabhängig von der Lage von P. □