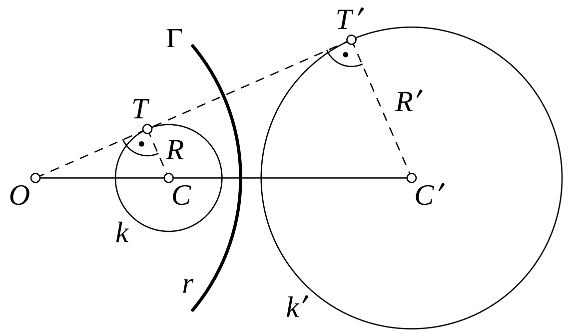
$\boxed{\text{K.33}}$ Gegeben sei ein Inversionskreis $\mathit{\Gamma} \equiv O_r$, ein beliebiger Kreis k mit dem Radius R sowie die Potenz $\mathfrak{P}(O, k)$. Welchen Radius R' hat der zu k inverse Kreis k'?

K.33 (Bild) Ziehen wir die gemeinsamen Tangenten von O an beide Kreise, dann sind die rechtwinkligen Dreiecke OTC und $OT'C'$ ähnlich und es gilt mit $OT = \sqrt{\mathfrak{P}(O,k)} \equiv \sqrt{\mathfrak{P}}$ und $OT' = \sqrt{\mathfrak{P}(O,k')} \equiv \sqrt{\mathfrak{P}'}$:

$$\frac{\sqrt{\mathfrak{P}}}{R} = \frac{\sqrt{\mathfrak{P}'}}{R'} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\mathfrak{P}}{R^2} = \frac{\mathfrak{P}'}{R'^2}.$$



Außerdem gilt nach (K.1): $\mathfrak{P} \cdot \mathfrak{P}' = r^4$. Aus beiden Gleichungen folgen die Relationen

$$R' = R\,\frac{r^2}{\mathfrak{P}}, \qquad \mathfrak{P}' = \frac{r^4}{\mathfrak{P}}. \tag{K.106}$$