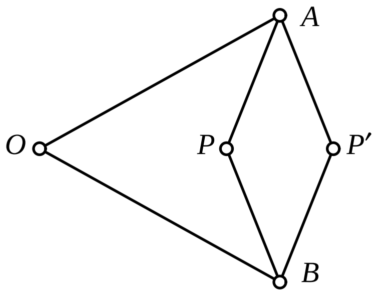
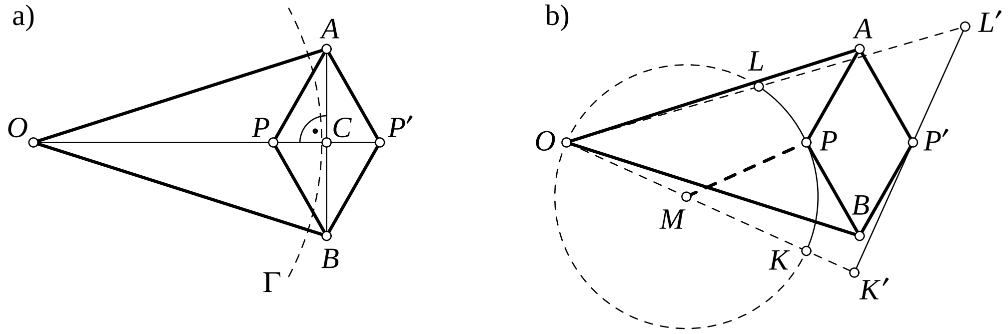
K.41 **Peaucelliers Inversor.** Das Bild zeigt sechs Stäbe, die an den bezeichneten Punkten drehbar verbunden sind. Dabei ist $APBP'$ von der Konstruktion her ein Rhombus; außerdem soll $OA = OB$ gelten. Hält man das Gerät im Punkt O fest und fährt mit dem Punkt P eine gegebene Kurve ab, so zeichnet ein Stift in P' die zugehörige inverse Kurve (und umgekehrt). Man begründe diese Funktionsweise!



K.41 Da im Rhombus $APBP'$ die Diagonalen senkrecht aufeinander stehen und sich in deren Schnittpunkt C halbieren (Bild a), liegen wegen $OA = OB$ die vier Punkte O, P, C, P' auf einer Geraden, die zugleich Mittelsenkrechte von AB ist. Dann gilt:

$$\begin{aligned} OP \cdot OP' &= (OC - PC)(OC + CP') = OC^2 - PC^2 \\ &= (OA^2 - AC^2) - (PA^2 - AC^2) = OA^2 - PA^2 \equiv r^2. \end{aligned}$$

Der letzte Term ist von der Konstruktion durch die Längen der Stäbe OA und PA vorgegeben und somit konstant. Nach der Definition der Inversion (K.1) ist der Kreis $\varGamma \equiv O_r$ der zugehörige Inversionskreis.



Fügt man einen siebenten Stab MP hinzu, der in M so festgehalten wird, daß $OM = PM$ ist (Bild b), beschreibt P einen Kreisbogen um M. Der inverse Punkt P' bewegt sich dann wie gefordert geradlinig.

Bemerkung: Konstruktionstechnisch sind zwei Nebenbedingungen zu beachten, wenn der Zeichenweg möglichst groß sein soll: Damit der Rhombus sich nicht an den „Knien“ P, P' berührt oder gar „überschlägt“, sollte der Fall wie in Bild K.2b dargestellt vorliegen (d. h., der von P durchfahrene Kreisbogen sollte die von P' durchlaufene Strecke nicht berühren oder schneiden). Dies ist gleichbedeutend mit $OK = 2\,MP < r$. Außerdem kann man ihn nur so weit aufklappen, bis sich A und B berühren; P kommt dann in Punkt L zu liegen: $OL = OA - PA$. Der erreichbare Kreisbogen ist also KL sowie dessen Spiegelbild bezüglich des Durchmessers OK; die durchfahrbare Strecke somit $K'L'$ plus Spiegelbild (aus Platzgründen ist jeweils nur die Hälfte gezeichnet).