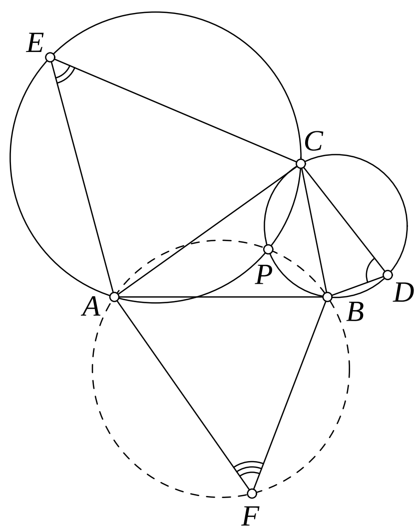
K.62 Über den Seiten eines Dreiecks seien Dreiecke nach außen errichtet, so daß die Summe der den Seiten gegenüberliegenden drei Winkel $180°$ beträgt. Dann haben die Umkreise dieser Aufsatzdreiecke einen gemeinsamen Punkt.

K.62 *Beweis:* (Bild) Die Aufsatzdreiecke seien BCD, CAE und ABF, wobei nach Voraussetzung die Winkel $\overline{D}$, $\overline{E}$ und $\overline{F}$ an den „entfernten“ Eckpunkten die Gleichung $\overline{D}+\overline{E}+\overline{F}=180°$ erfüllen. Die Kreise BCD und CAE mögen sich (außer in C noch) im Punkt P schneiden. Verbinden wir P mit A, B und C, so gilt nach dem Peripheriewinkelsatz



$$\measuredangle BPC = 180° - \overline{D}, \quad \measuredangle CPA = 180° - \overline{E},$$

also

$$\begin{aligned}\measuredangle APB &= 360° - \measuredangle BPC - \measuredangle CPA \\ &= 360° - (180° - \overline{D}) - (180° - \overline{E}) \\ &= \overline{D} + \overline{E} = 180° - \overline{F}.\end{aligned}$$

Nach der Umkehrung des Peripheriewinkelsatzes liegt P damit auf dem Umkreis ABF ebenso wie auf den Umkreisen BCD und CAE. □

Bemerkung: Liegen die Punkte A, B und C gerade auf den Seiten eines Dreiecks DEF, ist dieser Satz auch als **Satz von Miquel** bekannt.