L.13 In einem Raum sind n Personen und ein Tisch mit n Stühlen, an dem jede Person seinen festen Platz hat. Man bestimme die Anzahl der möglichen Sitzverteilungen, bei denen keiner an seinem eigenen Platz sitzt.

L.13 Insgesamt gibt es $n!$ Sitzverteilungen. Damit k feste Personen richtig sitzen, hat man $(n-k)!$ Möglichkeiten, um die k auszusuchen nochmal $\binom{n}{k}$ Möglichkeiten, also $\binom{n}{k}(n-k)!$ Möglichkeiten, dass irgendwelche k Personen richtig sitzen. Ein- und Ausschluss liefert für die gesuchte Anzahl:

$$n! - n(n-1)! + \binom{n}{2}(n-2)! - \cdots + (-1)^n \binom{n}{n}(n-n)! =$$
$$n!\left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \cdots + (-1)^n \frac{1}{n!}\right).$$

Bemerkung: Im Grenzwert $n \to \infty$ ist also die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer zufälligen Platznahme alle falsch sitzen, gerade $\mathrm{e}^{-1} \approx 0,37$.