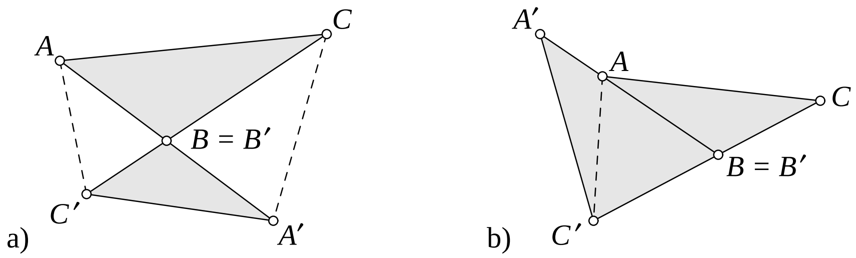
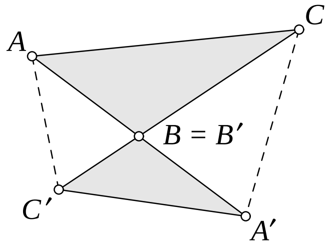
M.53 **Satz des gemeinsamen Winkels.** Wenn die Winkel $\measuredangle ABC$ und $\measuredangle A'B'C'$ gleich sind (Bild a) oder sich zu 180° ergänzen (Bild b), dann gilt:

$$\frac{[ABC]}{[A'B'C']} = \frac{AB \cdot BC}{A'B' \cdot B'C'}. \tag{M.8}$$

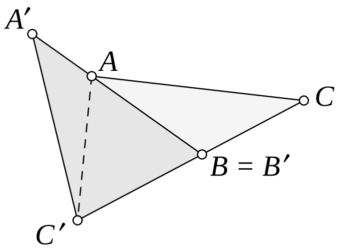


M.53 *Beweis:* a) Werden die beiden Winkel $\measuredangle ABC$ und $\measuredangle A'B'C'$ so gezeichnet, daß sie Scheitelwinkel bei B sind (Bild a), so können wir den Satz der gemeinsamen Höhen (s. Aufgabe M.51) sowohl auf die Figur $AA'C$ als auch auf $CC'A'$ anwenden:

a)



b)



$$\frac{[ABC]}{[A'BC]} = \frac{AB}{A'B'} \quad \text{bzw.} \quad \frac{[A'BC]}{[A'B'C']} = \frac{BC}{B'C'}.$$

Multiplikation beider Gleichungen liefert die Behauptung. b) Im Fall von Supplementwinkeln (Bild b) werden beide als Nebenwinkel angeordnet und die zweimalige Anwendung des Satzes der gemeinsamen Seite führt wie in a) auf die behauptete Gleichung (M.8). □