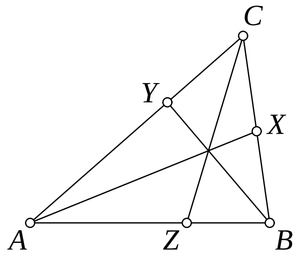
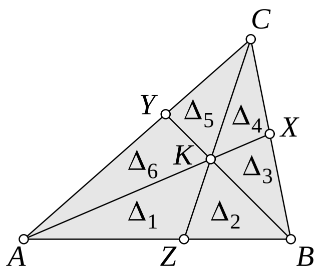
M.54 **Satz von Ceva.** (Bild) Wenn sich in einem $\triangle ABC$ die drei Ecktransversalen AX, BY und CZ in einem Punkt schneiden, dann hat das Produkt der Teilverhältnisse, das ihre Schnittpunkte mit den Gegenseiten auf diesen bilden, den Wert 1:

$$\frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} = 1.$$



M.54 *Beweis:* (Bild) Die drei Ecktransversalen mögen sich in K schneiden und zerlegen die Dreiecksfläche in sechs Teilflächen, die wir mit Δ_i $(i = 1, 2, \ldots, 6)$ bezeichnen. Nach dem Satz der gemeinsamen Höhen gelten nun folgende Gleichungen:

$$\frac{AZ}{ZB} = \frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{\Delta_5 + \Delta_6 + \Delta_1}{\Delta_3 + \Delta_4 + \Delta_2} = \frac{\Delta_5 + \Delta_6}{\Delta_3 + \Delta_4},$$
$$\frac{BX}{XC} = \frac{\Delta_3}{\Delta_4} = \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3}{\Delta_5 + \Delta_6 + \Delta_4} = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{\Delta_5 + \Delta_6},$$
$$\frac{CY}{YA} = \frac{\Delta_5}{\Delta_6} = \frac{\Delta_3 + \Delta_4 + \Delta_5}{\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_6} = \frac{\Delta_3 + \Delta_4}{\Delta_1 + \Delta_2}.$$



Multiplikation aller drei Gleichungen ergibt 1. □