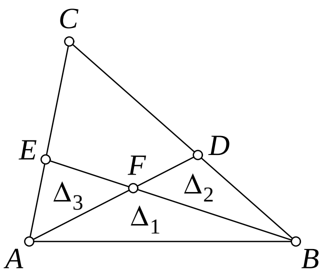
M.64 In einem Dreieck ABC seien D, E Punkte auf den Seiten BC bzw. CA. F sei der Schnittpunkt von AD und BE. Dann gilt:

$$\frac{CA}{CB} \cdot \frac{DB}{DA} \cdot \frac{EB}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = 1.$$

M.64 *Beweis:* (Bild) Die eingangs genannten Sätze lassen sich nicht so offensichtlich auf die gegebenen Brüche anwenden. Allerdings können wir die Faktoren im Zähler und Nenner ohne weiteres vertauschen und finden so mit Hilfe der Teilflächen Δ_1, Δ_2, Δ_3 sowie $\Delta = [ABC]$:



$$\frac{CA}{EA} = \frac{\Delta}{\Delta_1 + \Delta_3}, \qquad \frac{EB}{FB} = \frac{\Delta_1 + \Delta_3}{\Delta_1},$$
$$\frac{FA}{DA} = \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}, \qquad \frac{DB}{CB} = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{\Delta}.$$

Diese vier Gleichungen miteinander multipliziert, führt auf die Behauptung. □