## T.2 Symmetrische Polynome

In den Tabellen T.1 bis T.3 sind symmetrische Polynome

$$\mathcal{S}\{\nu_1, \ldots, \nu_n\} = \frac{1}{n!} \sum_{\text{sym}} x_1^{\nu_1} \cdots x_n^{\nu_n}, \qquad (x_i > 0,\ \ \nu_i \geq 0)$$

aufgelistet, ausgedrückt durch die elementaren symmetrischen Funktionen $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n$ (s. Abschnitt U.3). Mit dem Zusatz „sym“ unter dem Summenzeichen wird dabei die Summe über alle $n!$ Terme bezeichnet, die entstehen, wenn die $n$ Variablen $(x_1, \ldots, x_n)$ alle möglichen Permutationen durchlaufen.

**Tabelle T.1. Symmetrische Polynome $\mathcal{S}\{p, q\}$, $p \geq q$ für $n = 2$ ausgedrückt durch die elementaren symmetrischen Funktionen $\sigma_1 \equiv a + b$ und $\sigma_2 \equiv ab$**

| *Polynome 1. Grades* | $\sigma_1$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\mathcal{S}\{1,0\} = a + b \equiv \sigma_1$ | 1 | | | |
| *Polynome 2. Grades* | $\sigma_1^2$ | $\sigma_2$ | | |
| $\mathcal{S}\{2,0\} = a^2 + b^2 \equiv s_2$ | 1 | $-2$ | | |
| $\mathcal{S}\{1,1\} = 2ab \equiv 2\sigma_2$ | 0 | 2 | | |
| *Polynome 3. Grades* | $\sigma_1^3$ | $\sigma_1\sigma_2$ | | |
| $\mathcal{S}\{3,0\} = a^3 + b^3 \equiv s_3$ | 1 | $-3$ | | |
| $\mathcal{S}\{2,1\} = ab(a + b)$ | 0 | 1 | | |
| *Polynome 4. Grades* | $\sigma_1^4$ | $\sigma_1^2\sigma_2$ | $\sigma_2^2$ | |
| $\mathcal{S}\{4,0\} = a^4 + b^4 \equiv s_4$ | 1 | $-4$ | 2 | |
| $\mathcal{S}\{3,1\} = ab(a^2 + b^2)$ | 0 | 1 | $-2$ | |
| $\mathcal{S}\{2,2\} = 2a^2b^2$ | 0 | 0 | 2 | |
| *Polynome 5. Grades* | $\sigma_1^5$ | $\sigma_1^3\sigma_2$ | $\sigma_1\sigma_2^2$ | |
| $\mathcal{S}\{5,0\} = a^5 + b^5 \equiv s_5$ | 1 | $-5$ | 5 | |
| $\mathcal{S}\{4,1\} = ab(a^3 + b^3)$ | 0 | 1 | $-3$ | |
| $\mathcal{S}\{3,2\} = a^2b^2(a + b)$ | 0 | 0 | 1 | |
| *Polynome 6. Grades* | $\sigma_1^6$ | $\sigma_1^4\sigma_2$ | $\sigma_1^2\sigma_2^2$ | $\sigma_2^3$ |
| $\mathcal{S}\{6,0\} = a^6 + b^6 \equiv s_6$ | 1 | $-6$ | 9 | $-2$ |
| $\mathcal{S}\{5,1\} = ab(a^4 + b^4)$ | 0 | 1 | $-4$ | 2 |
| $\mathcal{S}\{4,2\} = a^2b^2(a^2 + b^2)$ | 0 | 0 | 1 | $-2$ |
| $\mathcal{S}\{3,3\} = 2a^3b^3$ | 0 | 0 | 0 | 2 |