T.5.2 Kombinatorische Identitäten

Für alle $n, k \in \mathbb{N}$ gilt mit $n \geq k$:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}, \tag{T.52}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}, \tag{T.53}$$

$$\binom{a+b}{a+n}\binom{a+c}{c+n}\binom{b+c}{b+n} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(a+b+c-k)!}{(a-k)!(b-k)!(c-k)!(k+n)!(k-n)!}. \tag{T.54}$$

Chu-Vandermonde-Identität. Mit $(a)_n \equiv a(a-1)\cdots(a-n+1)$ als Pochhammer-Symbol gilt:

$$(x+a)_n = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n}{k} (a)_k (x)_{n-k}. \tag{T.55}$$

$$\sum_{l=0}^{\max(k,n)} \binom{m}{k-l}\binom{n}{l} = \binom{m+n}{k}. \tag{T.56}$$