U.15 **AM-GM-Ungleichung.** Es seien $a_1, a_2, \ldots, a_n$ positive reelle Zahlen. Für das *arithmetische Mittel* $\mathcal{A}_n(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ bzw. das *geometrische Mittel* $\mathcal{G}_n(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ dieser Zahlen gilt dann:

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} \geq (a_1 a_2 \cdots a_n)^{\frac{1}{n}} \qquad \text{oder} \qquad \mathcal{A}_n \geq \mathcal{G}_n. \tag{U.24}$$

Gleichheit liegt genau dann vor, wenn alle a_i untereinander gleich sind.

$\boxed{\text{U.15}}$ *Beweis:* Die Behauptung folgt unmittelbar aus der gewichteten AM-GM-Ungleichung (U.23), wenn wir darin alle Gewichte gleich setzen: $\delta_1 = \delta_2 = \cdots = \delta_n = \frac{1}{n}$. $\square$