U.25 **Schursche Ungleichung.** Für alle positiven reellen Zahlen x, y, z und $\lambda > 0$ gilt

$$x^\lambda(x-y)(x-z) + y^\lambda(y-z)(y-x) + z^\lambda(z-x)(z-y) \geq 0. \tag{U.40}$$

Gleichheit gilt genau für $x = y = z$.

U.25 *Beweis:* Da die Ungleichung *symmetrisch* in den Variablen x, y, z ist (d. h., jede Permutation der x, y, z läßt die Ungleichung unverändert), können wir o. B. d. A. $x \geq y \geq z$ annehmen (s. Abschnitt U.3.2). Schreiben wir die behauptete Ungleichung um als

$$(x-y)[x^\lambda(x-z) - y^\lambda(y-z)] + z^\lambda(x-z)(y-z) \geq 0,$$

so ist jeder Term auf der linken Seite offensichtlich nichtnegativ, also (U.40) wahr. □