$\boxed{\text{U.32}}$ Es seien a, b, c die Längen der Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks, wobei die Hypotenuse die Länge c habe. Beweise, daß dann

$$a + b \leq \sqrt{2}c$$

gilt. Wann gilt das Gleichheitszeichen?

U.32 *Beweis:* Wegen des Satzes des PYTHAGORAS für rechtwinklige Dreiecke $a^2 + b^2 = c^2$ ist die Behauptung gleichwertig mit $a + b \le \sqrt{2}\sqrt{a^2 + b^2}$. Dies folgt der Reihe nach aus

$$0 \le (a-b)^2 \implies 2ab \le a^2 + b^2 \implies a^2 + 2ab + b^2 \le 2(a^2 + b^2)$$

oder $a + b \le \sqrt{2}\sqrt{a^2 + b^2}$. Gleichheit liegt bei $a = b$ vor, also bei einem Quadrat. $\square$
Bemerkung: Die obige Reihenfolge führt korrekt von wahren Voraussetzungen zur Behauptung. Bei der Lösungssuche gehen wir meist den umgekehrten Weg; deshalb ist bei der Abfassung des Beweises daran zu denken, daß die einzelnen Schritte umgekehrt werden.