$\boxed{\text{U.59}}$ a, b, c seien positive reelle Zahlen mit $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Zeige, daß

$$\frac{1}{1+ab} + \frac{1}{1+bc} + \frac{1}{1+ca} \geq \frac{3}{2}.$$

(*IMO-Auswahlwettbewerb Weißrußland, 1999*)

U.59 *Beweis:* AM-HM in Verbindung mit $bc + ca + ab \leq a^2 + b^2 + c^2 = 3$ (s. Abschnitt U.3.1) liefert

$$\frac{1}{1+ab} + \frac{1}{1+bc} + \frac{1}{1+ca} \geq \frac{9}{3 + (bc + ca + ab)} \geq \frac{9}{3 + (a^2 + b^2 + c^2)} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}. \quad \square$$