U.76 **Transformationslemma.** Es ist

$$\mathcal{S}\{\rho+\tau, \rho-\tau, \nu_3, \ldots, \nu_n\} \geq \mathcal{S}\{\rho+\sigma, \rho-\sigma, \nu_3, \ldots, \nu_n\} \tag{U.111}$$

für $0 \leq \sigma < \tau \leq \rho$. Gleichheit liegt vor bei $x_1 = \cdots = x_n$.

U.76 *Beweis:* Wir betrachten die Differenz

$$
\begin{aligned}
& n!\,2\,\mathcal{S}\{\rho+\tau,\rho-\tau,\nu_3,\ldots,\nu_n\} - n!\,2\,\mathcal{S}\{\rho+\sigma,\rho-\sigma,\nu_3,\ldots,\nu_n\} \\
&= \sum_{\text{sym}} x_3^{\nu_3}\cdots x_n^{\nu_n}\,(x_1^{\rho+\tau}x_2^{\rho-\tau} + x_1^{\rho-\tau}x_2^{\rho+\tau} - x_1^{\rho+\sigma}x_2^{\rho-\sigma} - x_1^{\rho-\sigma}x_2^{\rho+\sigma}) \\
&= \sum_{\text{sym}} (x_1x_2)^{\rho-\tau}x_3^{\nu_3}\cdots x_n^{\nu_n}\,(x_1^{\tau+\sigma} - x_2^{\tau+\sigma})(x_1^{\tau-\sigma} - x_2^{\tau-\sigma}) \geq 0.
\end{aligned}
$$

In beiden Fällen $x_1 < x_2$ und $x_1 > x_2$ ist das Produkt der runden Klammern in der letzten Summe wegen $\tau > \sigma$ positiv mit Gleichheit für $x_1 = x_2 (= x_3 = \cdots = x_n)$. $\square$
Bemerkung: Für $n = 2$ ist auch die lexikographische Ordnungsbedingung (U.109) erfüllt, so daß aus $(\nu) \succ (\nu')$ die Ungleichung $\mathcal{S}\{\nu_1,\nu_2\} \geq \mathcal{S}\{\nu_1',\nu_2'\}$ folgt.