$\boxed{\text{U.77}}$ **Expansionslemma.** Aus $\mathcal{S}\{\nu_1, \ldots, \nu_n\} \geq \mathcal{S}\{\nu'_1, \ldots, \nu'_n\}$ folgt für $\delta \geq 0$:

$$\mathcal{S}\{\nu_1, \ldots, \nu_n, \delta\} \geq \mathcal{S}\{\nu'_1, \ldots, \nu'_n, \delta\}. \tag{U.112}$$

U.77 *Beweis:* Der Fall $\delta = 0$ ist trivial, da eine Erweiterung des Mittels um den Exponenten null keine Veränderung des Mittels bewirkt:

$$\mathcal{S}\{\nu_1, \ldots, \nu_n, 0\} = \frac{1}{(n+1)!} \sum_{\text{sym}} x_1^{\nu_1} \cdots x_n^{\nu_n} x_{n+1}^0 = \frac{1}{n!} \sum_{\text{sym}} x_1^{\nu_1} \cdots x_n^{\nu_n} = \mathcal{S}\{\nu_1, \ldots, \nu_n\}.$$

Multiplizieren wir die Voraussetzung

$$\mathcal{S}\{\nu_1, \ldots, \nu_{i-1}, 0, \nu_{i+1}, \ldots, \nu_n\} \geq \mathcal{S}\{\nu_1', \ldots, \nu_{i-1}', 0, \nu_{i+1}', \ldots, \nu_n'\},$$

wobei die null gerade an i-ter Stelle steht (welches gleichbedeutend damit ist, daß wir diese anstelle mit $(x_1, \ldots, x_n)$ jetzt mit den Variablen $(x_1, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_{n+1})$ schreiben), jeweils mit x_i^δ, $i = 1, \ldots, n+1$, so entstehen insgesamt $n+1$ Ungleichungen, deren Addition die Behauptung ergibt. $\square$