$\boxed{\mathsf{U.78}}$ **Verkettungslemma.** Aus zwei Ungleichungen

$$\mathcal{S}\{\gamma_1, \ldots, \gamma_k\} \geq \mathcal{S}\{\gamma'_1, \ldots, \gamma'_k\} \quad \text{und} \quad \mathcal{S}\{\delta_1, \ldots, \delta_l\} \geq \mathcal{S}\{\delta'_1, \ldots, \delta'_l\}$$

läßt sich eine neue gewinnen:

$$\mathcal{S}\{\gamma_1, \ldots, \gamma_k, \delta_1, \ldots, \delta_l\} \geq \mathcal{S}\{\gamma'_1, \ldots, \gamma'_k, \delta'_1, \ldots, \delta'_l\}. \tag{U.113}$$

U.78 *Beweis:* Aus der ersten Voraussetzung und dem Expansionslemma folgt

$$\mathcal{S}\{\gamma_1, \dots, \gamma_k, \delta_1\} \geq \mathcal{S}\{\gamma_1', \dots, \gamma_k', \delta_1\},$$

oder, wenn wir dieses l-fach hintereinander anwenden:

$$\mathcal{S}\{\gamma_1, \dots, \gamma_k, \delta_1, \dots, \delta_l\} \geq \mathcal{S}\{\gamma_1', \dots, \gamma_k', \delta_1, \dots, \delta_l\}. \tag{U.141}$$

Andererseits ergibt sich aus der zweiten Voraussetzung, wenn wir diese mit den $\gamma_1', \dots, \gamma_k'$ expandieren

$$\mathcal{S}\{\gamma_1', \dots, \gamma_k', \delta_1, \dots, \delta_l\} \geq \mathcal{S}\{\gamma_1', \dots, \gamma_k', \delta_1', \dots, \delta_l'\}. \tag{U.142}$$

Die Behauptung folgt unmittelbar aus (U.141) und (U.142) aufgrund der Trichotomie. □