U.2 Fundamentale Ungleichungen

In diesem Abschnitt stellen wir die wichtigsten allgemein bekannten Ungleichungen vor, von denen einige äußerst leistungsfähig sind. Aus ihnen lassen sich eine Vielzahl von Folgerungen gewinnen. Wir beginnen mit der einfachen BERNOULLIschen Ungleichung, an die sich weitere geläufige Ungleichungen, wie die Dreiecksungleichung, die AM-GM-HM-Ungleichungen, die PM-Ungleichungen oder die CAUCHY-SCHWARZsche Ungleichung anschließen. Gerade die zuletzt genannten werden oft benötigt.

Bei den Beweisen, die oft auf recht unterschiedliche Weise geführt werden können, begegnet uns der Anspruch, diese auch mit den Hilfsmitteln des jeweiligen Gebietes der Mathematik in Angriff zu nehmen, in welches die Ungleichung fällt. Wir sind daher bestrebt, möglichst „elementare" Beweise anzugeben. Nur gelingt es uns nicht in allen Fällen, ganz auf grundlegende Sätze aus der Differential- und Integralrechnung oder auf das Rechnen mit komplexen Zahlen zu verzichten. Der Leser möge dies verzeihen und es eventuell als Ansporn nehmen, sich mit diesen Dingen weiter auseinanderzusetzen.