Die bisher betrachteten einfachen Mittel $\mathcal{A}_n$, $\mathcal{G}_n$ und $\mathcal{H}_n$ erweisen sich als Spezialfälle von Ausdrücken, die sich aus Summen der Form $a_1^r + a_2^r + \cdots + a_n^r$ für $r = 1, 0^\dagger, -1$ ableiten lassen. Läßt man nunmehr jedes beliebige $r \in \mathbb{R}$ zu, gelangt man zunächst zu folgender Definition:

> **Potenz-Mittel**‡**.** Es sei $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ eine endliche Folge positiver reeller Zahlen sowie $r \in \mathbb{R}$. Das *Potenz-Mittel* vom Grad r ist definiert durch

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}_n^r(a_1, a_2, \ldots, a_n) &\equiv \left(\frac{a_1^r + a_2^r + \cdots + a_n^r}{n}\right)^{\frac{1}{r}} && (r \neq 0,\ |r| < \infty), \\
&\equiv (a_1 a_2 \cdots a_n)^{\frac{1}{n}} && (r = 0), \\
&\equiv \min(a_1, a_2, \ldots, a_n) && (r = -\infty), \\
&\equiv \max(a_1, a_2, \ldots, a_n) && (r = +\infty). \qquad \text{(U.27)}
\end{aligned}
$$

Wie man sieht, ergibt sich für $r = 1$ bzw. $r = -1$ gerade das arithmetische Mittel $\mathcal{A}_n = \mathcal{M}_n^1$ bzw. das harmonische Mittel $\mathcal{H}_n = \mathcal{M}_n^{-1}$.

---

†Der Fall $r = 0$ ist nicht so offensichtlich, siehe Aufgabe U.18.

†‡Damit ist natürlich nicht *Viagra*® gemeint ;-)

Um zunächst mit der Schreibweise vertraut zu werden, sei folgende Aufgabe empfohlen: