Die beiden Prinzipien Symmetrie und Homogenität treten sehr häufig auf, weshalb wir an dieser Stelle auf nachfolgende Aufgaben verweisen.

U.3.3 Die Arbeitspferde: AM-GM und Cauchy-Schwarz

Die Struktur der AM-GM-Ungleichung (U.24) sowie der CAUCHY-SCHWARZschen Ungleichung (U.38) geben vor, welche Ungleichungen sich auf diese zurückführen lassen: Bezeichnen wir einmal Summen von irgendwelchen Termen mit $\mathcal{S}$ und Produkte mit $\mathcal{P}$, so schreibt sich die AM-GM Ungleichung grob als

$$\mathcal{S} \geq \mathcal{P} \qquad \text{(Typ a)}$$

und die CAUCHY-SCHWARZsche Ungleichung als

$$\begin{aligned} &\mathcal{S}_1 \cdot \mathcal{S}_2 \geq \mathcal{S}_3^2 && \text{(Typ b),} \quad \text{oder} \\ &\mathcal{S}_1 \geq \mathcal{S}_3^2 && \text{(Typ c),} \quad \text{oder auch} \\ &\mathcal{S}_1 \geq \mathcal{S}_3 && \text{(Typ d).} \end{aligned}$$

Typ c) geht dabei aus dem „Ur“typ b) hervor, wenn eine Summe auf der linken Seite zu einer Zahl entartet; Typ d) liegt hingegen bei $\mathcal{S}_2 = \mathcal{S}_3 > 0$ vor und geht aus diesem durch Division von $\mathcal{S}_2$ hervor bzw. bei $\mathcal{S}_1 = \mathcal{S}_2$, so daß auf beiden Seiten die Wurzel gezogen werden kann. Hier ein Beispiel zu jedem Typ: