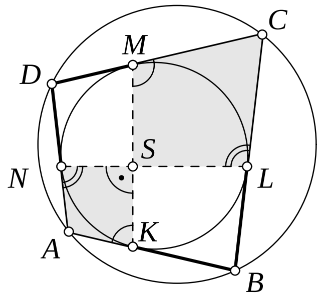
V.41 In einem Sehnentangentenviereck stehen die Berührungssehnen zwischen gegenüberliegenden Berührungspunkten senkrecht aufeinander.

V.41 *Beweis:* (Bild) Die Berührungspunkte auf den Seiten AB, BC, CD, DA mit dem einbeschriebenen Kreis seien in dieser Reihenfolge K, L, M, N; der Schnittpunkt der Berührungssehnen KM und LN heiße S. Um zu zeigen, daß $KM \perp LN$ eine *notwendige* Bedingung für die Existenz eines Sehnentangentenvierecks ist, wenden wir auf die beiden Vierecke $AKSN$ und $CMSL$ den Satz von der Winkelsumme im Viereck an, wobei wir die Winkel an den Vierecksecken ausnahmsweise durch Überstreichen der Eckbuchstaben bezeichnen:



$$\overline{A} + \overline{K} + \overline{S} + \overline{N} = 360°, \quad \overline{C} + \overline{M} + \overline{S} + \overline{L} = 360°$$

Da die an den entgegengesetzten Seiten der Berührungssehnen KM und LN gelegenen Winkel $\overline{K} + \overline{M}$ bzw. $\overline{L} + \overline{N}$ nach Aufgabe V.33 Supplementwinkel sind, folgt durch Addition der beiden obigen Gleichungen

$$\overline{A} + \overline{C} + 2\overline{S} = 360°. \tag{V.107}$$

Schließlich muß noch eine Eigenschaft des Sehnenvierecks $ABCD$ ins Spiel kommen, und diese ist natürlich $\overline{A} + \overline{C} = 180°$. Damit und aus (V.107) folgt $\overline{S} = 90°$. □

Bemerkung: Daß $KM \perp LN$ auch eine *hinreichende* Bedingung dafür ist, daß ein Tangentenviereck $ABCD$ auch ein Sehnentangentenviereck ist, folgt aus (V.107) jetzt mit $\overline{S} = 90°$: $\overline{A} + \overline{C} = 180°$. Dies ist nur für ein Sehnenviereck $ABCD$ erfüllt.