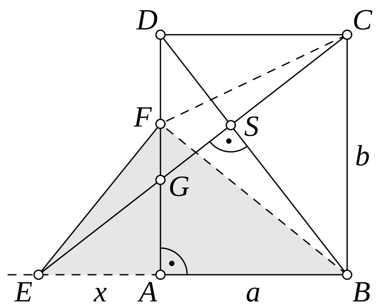
V.5 AB sei eine der kürzeren Seiten des Rechtecks $ABCD$. Fällt man von C aus das Lot auf die Diagonale BD, so schneidet dieses Lot $g(A, B)$ in E. Der Schnittpunkt der Seite AD mit dem Kreis B_C sei F. Man beweise: $EF \perp FB$.

V.5 *Beweis:* (Bild) In der Figur gibt es mehrere rechtwinklige Dreiecke, von denen einige zueinander ähnlich sind. Dies ist stets der Fall, wenn sie außer in dem Rechten noch in einem weiteren Winkel übereinstimmen. Bezeichnen wir den Schnittpunkt $AD \cap CE$ mit G, finden wir somit:



$$\begin{aligned} \triangle BAD &\sim \triangle GSD \quad &&\text{(gemeinsamer Winkel } \measuredangle GDS) \\ &\sim \triangle GAE \quad &&\text{(Scheitelwinkel bei } G) \\ &\sim \triangle CBE \quad &&\text{(gemeinsamer Winkel } \measuredangle GEA). \end{aligned}$$

Mit den Abkürzungen $AB \equiv a$, $BC \equiv b$ und $EA \equiv x$ können wir aus $\triangle BAD \sim \triangle CBE$ die Proportion

$$\frac{b}{a} = \frac{a+x}{b} \qquad \text{bzw.} \qquad b^2 - a^2 = x \cdot a \tag{V.104}$$

ablesen. Nun ist nach Voraussetzung $BF = BC = b$, und da $\triangle BAF$ ebenfalls rechtwinklig ist, gilt nach dem Satz des Pythagoras $AF = \sqrt{b^2 - a^2}$. Damit sowie mit (V.104) folgt aus der Umkehrung des Höhensatzes für rechtwinklige Dreiecke, daß x und a gerade die Hypotenusenabschnitte eines rechtwinkligen Dreiecks BFE sein müssen; also $EF \perp FB$. $\square$