V

VIERECK

Vierecke nennt man bekanntlich alle Polygone mit $n = 4$ Ecken und Seiten. Im Gegensatz zu Dreiecken treten hierbei *Diagonalen* auf, die gegenüberliegende Eckpunkte verbinden. Dementsprechend spricht man von *benachbarten* oder *gegenüberliegenden Seiten* des Vierecks, je nachdem, ob sie einen Eckpunkt gemeinsam haben oder nicht. Ebenso sind zwei Eckpunkte benachbart oder gegenüberliegend, wenn sie zu einer Seite gehören oder nicht.

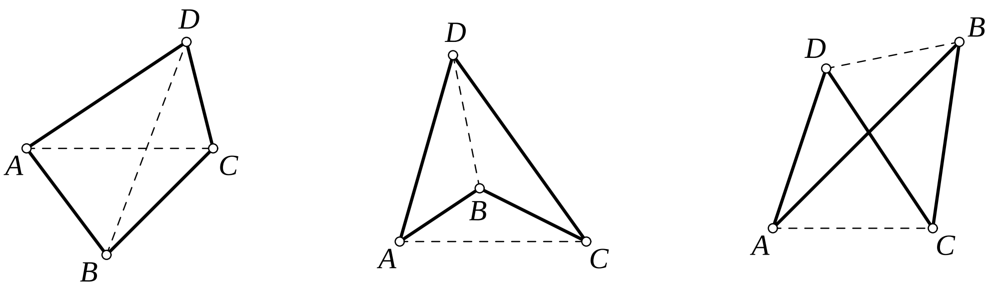

Bild V.1 Arten von Vierecken

In Bild V.1 hat das Viereck $ABCD$ die Seiten AB, BC, CD und DA sowie die Diagonalen AC und BD. Offenbar gibt es mehrere Arten von Vierecken: Im Bild links ist ein *konvexes* Viereck zu sehen, dessen Diagonalen beide im Innern des Vierecks liegen, in der Mitte ein *konkaves* oder *re-entrantes* Viereck, bei dem eine Diagonale innen und eine außen liegt und rechts ein *überschlagenes* Viereck, welches beide Diagonalen außerhalb hat.

Den *Flächeninhalt* eines konvexen Vierecks können wir als Summe der Flächeninhalte der beiden Dreiecke berechnen, in welche das Viereck durch eine seiner Diagonalen zerfällt:

$$[ABCD] = [ABC] + [CDA] = [BCD] + [DAB].$$

Damit diese Formel auch für konkave Vierecke gültig bleibt, betrachten wir den Flächeninhalt als *positiv* oder *negativ*, je nachdem, ob die Eckpunkte entgegen des Uhrzeigersinns oder im Uhrzeigersinn benannt wurden. Deshalb ist

$$[ABC] = [BCA] = [CAB] = -[CBA].$$

Das mittlere Viereck in Bild V.1 hat daher den Flächeninhalt

$$[ABCD] = [BCD] + [DAB] = [CDA] - [CBA] = [CDA] + [ABC].$$

Schließlich erlaubt uns die Formel, den Flächeninhalt eines überschlagenen Vierecks als die *Differenz* der Flächeninhalte der beiden kleinen Dreiecke anzusehen, aus denen es zusammengesetzt ist.