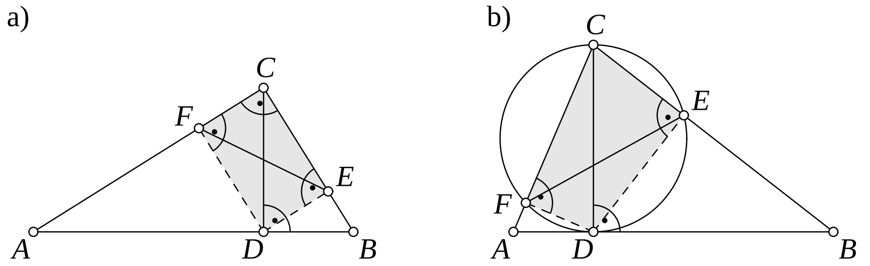
W.82 a) Von einem Punkt D der Hypotenuse AB eines rechtwinkligen Dreiecks ABC werden die Lote DE und DF auf die Seiten BC und AC gefällt. Man bestimme diejenige Position von D, für die die Strecke EF minimale Länge hat.
b) Welche Lage ergibt sich für D, wenn das Dreieck ABC spitzwinklig ist?
(*Crux Mathematicorum 246*, 1987)

W.82 (Bild) a) Natürlich ist $CFDE$ in jedem Fall ein Rechteck, und da in diesem die Diagonalen stets gleich lang sind, können wir auch CD anstelle von EF betrachten. Offensichtlich hat CD minimale Länge, wenn D gerade der Lotfußpunkt von C auf AB ist. Damit ist dieses einfache Problem bereits gelöst. b) Es wird uns zunächst vielleicht überraschen; die Antwort ist auch im Fall, daß $\triangle ABC$ nicht rechtwinklig ist, dieselbe: Wenn D der Fußpunkt des Lotes von



C auf AB ist, wird EF minimal. Der entscheidende Fakt ist nämlich nicht der, daß $CFDE$ ein Rechteck ist, sondern daß es wegen $\measuredangle CFD = \measuredangle CED = 90^\circ$ immer ein *Sehnenviereck* mit CD als Durchmesser ist. Je kleiner also CD und damit der Umkreis von $CFDE$, desto kleiner wird auch die Sehne EF.